

**ALEXANDRU A. POPOVICI**  
**Universitatea Româno-Americană**

**ELEMENTE**  
**DE ECONOMETRIE**  
**ASISTATĂ DE PROGRAMUL *EXCEL***



Copyright © 2008, **Editura Pro Universitaria**

Toate drepturile asupra prezentei ediții aparțin

**Editurii Pro Universitaria**

Nici o parte din acest volum nu poate fi copiată fără acordul scris al

**Editurii Pro Universitaria**

**Descrierea CIP a Bibliotecii Naționale a României**

**POPOVICI, ALEXANDRU A.**

**Elemente de econometrie asistate de programul Excel /**

Alexandru A. Popovici. - București : Pro Universitaria, 2008

Bibliogr.

ISBN 978-973-129-320-2

330.43:004

004.42 EXCEL

## INTRODUCERE

Econometria este o știință complexă, care s-a dezvoltat în paralel cu economia matematică, pentru a estima parametrii modelelor din ce în ce mai sofisticate, dezvoltate de ultima, și de a evalua adecvarea acestor modele la realitate.

Fiind o ramură a statisticii matematice, econometria a urmat calea acesteia, marcată de „revoluția fisheriană” (inițiată de marele statistician R.A. Fisher, la mijlocul anilor '30 ai secolului trecut), de fundamentare a statisticii pe teoria probabilităților. Demersul era o urmare a axiomatizării teoriei probabilităților, întreprinsă de matematicianul rus A.N. Kolmogorov în 1933, și era aproape simultan cu „revoluția keynesiană” din știința economică, cunoscută unui public mai larg.

Acestea au fost urmate de două revoluții mai mici. Prima este „probabilizarea” modelelor economiei matematice, prin înlocuirea unora deterministe cu altele esențial stohastice, lucrând cu variabile aleatoare. A doua — utilizarea calculatoarelor atât în modelarea, cât și în evaluarea statistică a modelelor matematice: mai întâi a calculatoarelor mari (ce a permis apariția modelelor econometrice ale economiilor naționale), apoi a calculatoarelor personale (care a dus la generalizarea înlocuirii calculului manual cu cele automate). Nu se mai poate face astăzi o prezentare a statisticii matematice și a econometriei, fără de cea a unui suport informatic.

Aceste evoluții sau revoluții justifică organizarea cărții de față (în ordine inversă decât cea de mai sus), care cuprinde cinci capitole. În parte, ea constituie o dezvoltare a unui capitol dintr-o lucrare mai veche (Popovici, 1998b), dar și o formă mult redusă a unui volum de teoria probabilităților și statistică matematică, la care lucrez din 2002 și pe care sper să-l termin în curând.

După câteva scurte preliminarii conceptuale, în capitolul al doilea se trece la prezentarea relativ detaliată a programului Microsoft *Excel*, adaptată după cea din Popovici (2008). Firește, există o gamă largă de programe pentru profesioniștii statisticieni (de exemplu, *Statistica* sau *SPSS*) sau econometricieni (cel mai cunoscut fiind *Eviews*). Pentru studenții începători, *Excel* mi s-a părut însă mai ușor de folosit, prin interfața sa cunoscută și prin ușurința scrierii formulelor de calcul. Am insistat pe manevrarea seriilor de date și pe reprezentările grafice, exemplul descris aici fiind folosit permanent în capitolele 4 și 5.

Capitolul al treilea conține o abordare a conceptelor teoriei probabilităților, necesare pentru înțelegerea statisticii și econometriei: câmpuri de probabilitate, variabile aleatoare unidimensionale și multidimensionale, în fine — șiruri de variabile aleatoare (cu studiul situațiilor din ce în ce mai complexe, de independență sau dependență stohastică). Am preferat enunțarea riguroasă a noțiunilor și rezultatelor, însă fără a intra în detaliile demonstrațiilor.

Asemănător, în capitolul al patrulea, prezentarea metodelor de calcul statistic s-a făcut în paralel cu cea a întemeierii lor teoretice, legată de teoria probabilităților. După câteva noțiuni de statistică descriptivă, urmează acele subdomenii ale statisticii inferențiale, folosite în econometrie: repartițiile și statisticile de eșantionare, apoi estimările punctuale și prin intervale de încredere, în fine — verificarea ipotezelor statistice.

Ultimul capitol, al cincilea, folosește intens noțiunile, rezultatele și abilitățile informatice obținute prin parcurgerea etapelor precedente, pentru abordarea (totuși introductivă, prin forța lucrurilor) a celor două domenii ale econometriei — regresiiile (doar cele liniare sau reducibile la ele) și analiza seriilor temporale, ambele folosite în predicția fenomenelor economice.

Sper ca limitările care s-au impus să fie oarecum compensate de expunerea verificării îndeplinirii condițiilor de aplicare a metodelor prezentate și a validării rezultatelor (fără de care orice abordare practică este iluzorie), cât și de transparența calculelor. Prezentările teoretice din toate capitolele sunt urmărite în paralel de aplicații numerice, mai ales automate (dar nu lipsesc nici cele manuale, sprijinite de tabelele de valori din anexe, calculate în *Excel*), urmate de probleme.

Aceste aplicații sunt asistate de 37 de foi de calcul originale, în *Excel*, unele dintre ele completând substanțial rezultatele obținute prin utilizarea programelor *Excel* din *Analysis ToolPack*, iar altele fiind complet independente.

Toate calculele suplimentare sunt făcute prin utilizarea doar a formulelor *Excel* (nu a limbajul Visual Basic, cum se obișnuiește), care sunt vizibile în foile de calcul și sunt complet redată în carte (pentru cei interesați).

Scrierea acestei lucrări vine în continuarea preocupărilor mele din domeniul științei economice, materializate prin publicarea unor modele matematice deterministe și stohastice (Popovici, 1978, 1982a&b), a unor analize istorice în domeniul respectiv (Popovici, 1986b, 1988, 2001), cât și a unor părți importante din tratatul de economie matematică, rămas în manuscris de la tatăl meu, pe care l-am transcris, l-am adnotat bibliografic și l-am tradus în engleză.

Acestea au fost dublate de realizarea pachetelor de programe interactive PROSIT și SIMUDIN (pentru prognoza economică și tehnologică, respectiv pentru simularea dinamicii sistemelor deterministe), integrate cu baze de date și cu reprezentări grafice. Ele implementau atât modelele clasice de regresie și prognoză, cât și modele complexe de substituție (Popovici, 1982c, 1986a, 1992), care au fost folosite la studiul unor cazuri reale, în cadrul unor contracte de cercetare cu rezultate deosebite (Gheorghe, Popovici, Stoica, 1982, 1988).

Interesul pentru teoria economică a determinat și participarea mea, în anii 1998-2001, la seminariile doctorale de economie matematică și econometrie din Institutul de Economie. Acestea au fost și sunt conduse de către acad. prof. Emilian Dobrescu, realizatorul unicului model econometric real și operațional al economiei române, dezvoltat în mai multe versiuni (Dobrescu, 2006), căruia îi rămân recunoscător pentru încurajarea și sprijinul primite de-a lungul anilor.

# 1 PRELIMINARII CONCEPTUALE

## 1.1 Obiectul, structura, etapele și ramurile econometriei

**Econometria** este văzută de obicei ca o aplicare a teoriei economice, a matematicii și a tehnicilor statisticii matematice la verificarea ipotezelor, estimarea și predicția fenomenelor economice. În acest context, teoria economică propune modele ale realității, matematica le formulează în termeni de funcții deterministe, iar statistica evaluează parametrii aleatori ai respectivelor funcții.

Încă de la apariția primului număr din revista *Econometrica*, publicat după înființarea în Anglia, în 1930, a primei Societăți de econometrie (*Econometric Society*), cele trei componente ale econometriei erau privite ca fiind necesare, dar nu suficiente pentru dezvoltarea ei, doar *sinteza* lor specifică definindu-i domeniul și metodele (Salvatore, Reagle, 2002; Greene, 2003).

Întrucât modelele economiei matematice clasice sunt deterministe, în econometria clasică se consideră că neglijarea unor factori cere introducerea unor componente stohastice, sub forma unor perturbații sau erori aleatoare, dar cu medie nulă. Existența acestor factori aleatori se explică, pe de o parte, prin multitudinea factorilor ce influențează fenomenele economice, iar pe de altă parte, de incertitudinile comportamentului uman (a libertății relative de acțiune a oamenilor).

La o privire mai atentă asupra definiției anterioare, se observă că, dintre componentele econometriei, lipsește teoria probabilităților. Matematica este redusă la cea deterministă (algebră, analiză), iar statistica matematică este lipsită de fundamentul ei probabilist — situație explicabilă prin apariția acestei întemeieri abia în 1935, datorită statisticianului R.A. Fisher. Se vorbește chiar de „paradigma” sau „revoluția fisheriană” în statistică, simultană și asemănătoare „revoluției keynesiene” în știința economică (Spanos, 1986).

Considerând și această componentă, structura teoretică a econometriei se schimbă: teoria economică, matematica deterministă și teoria probabilităților stau la baza modelelor economice stohastice ale economiei matematice contemporane, iar econometria matematică și statistica matematică sunt folosite direct de către econometrie (vezi Figura 1.1).

După cum se știe, obiectul teoriei probabilităților și al statisticii matematice îl constituie studiul evenimentelor asociate experimentelor aleatoare (indiferent de natura lor) și al mărimilor legate de acestea.

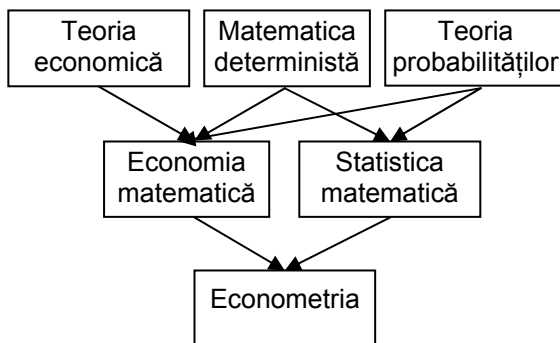


Figura 1.1 Fundamentarea teoretică modernă a econometriei

**Teoria probabilităților** tratează experimentele aleatoare ideale, modele abstracte simplificate ale celor reale. **Statistica matematică** se ocupă de compararea modelului ideal cu fenomenul real, permițând particularizarea celui real și descoperirea cauzelor neconcordanței dintre ele. Fiind fundamentale pentru econometrie, vom trata pe scurt aceste discipline, în următoarele două capitole.

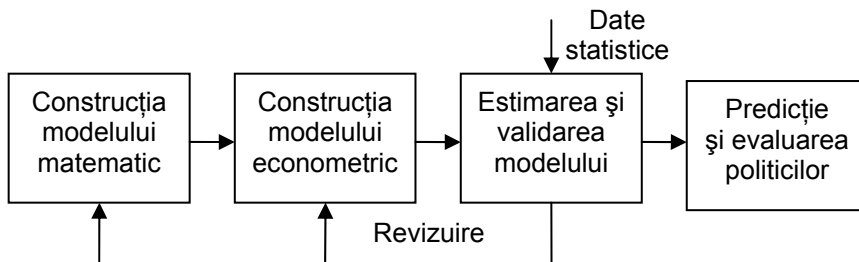
Într-o definiție mai modernă, ce nu pune accentul pe măsurare, econometria se ocupă cu studiul sistematic al fenomenelor economice, folosind datele observate (Spanos, 1986).

**Tehnicile econometrice** pot fi grupate în două categorii principale:

a) tehnici de **regresie** (pentru găsirea funcțiilor ce exprimă dependențele între variabilele modelului, cel mai adesea — prin metoda celor mai mici pătrate);

b) tehnici de **analiză a seriilor temporale** (prin netezirea acestora sau prin descompunerea în componentele lor principale — tendință, ciclicitate, sezonalitate și eroare, în vederea clarificării structurii comportamentului sistemului studiat).

Prima categorie constituie o abordare explicativă (eventual cauzală) a fenomenului, pe când a doua categorie — una „fenomenologică” (ele încercând să răspundă la întrebarea „de ce?”, respectiv „cum?”).



**Figura 1.2** Etapele metodologiei studiilor econometrice clasice

**Metodologia** studiilor econometrice clasice constă din următoarele 4 etape (vezi Figura 1.2):

1) construcția modelului teoretic matematic al fenomenului economic studiat (prin metodele economiei matematice, sub forma unei dependențe funcționale între variabilele modelului, folosind anumite constante necunoscute, numite parametri);

2) construcția modelului econometric (prin specificarea modelului teoretic, sub forma unei funcții stohastice explicite, împreună cu caracteristicile teoretice *a priori* asupra mărimilor parametrilor funcției);

3) colectarea datelor asupra variabilelor modelului, estimarea parametrilor și validarea semnificației acestora (prin tehnicile de estimare ale statisticii matematice); dacă modelul este invalidat, are loc o revizuire a lui (prin întoarcerea la una din etapele precedente).

4) altfel, se folosește modelul existent la diverse predicții și la evaluarea unor politici economice.

**Exemplul 1.1** Se consideră relația dintre *costul*  $C$  și *volumul*  $V$  al producției unei întreprinderi. Din practica și teoria economică, se știe că acest cost are o parte fixă  $F$  (formată din impozitul pe teren și pe clădiri, cheltuielile de întreținere a clădirilor și instalațiilor și altele, ce nu depind de mărimea lui  $V$ ) și una variabilă (uzura instalațiilor, costul materiilor prime și materialelor, salariile lucrătorilor ș.a., ce depind de  $V$ ).

Așadar, într-o primă etapă se poate presupune că modelul matematic al acestei relații este unul liniar, de forma  $C = F + cV$ , unde  $c$  este *costul mediu pe unitatea de produs*,

În a doua etapă, se studiază influențarea lui  $V$  de unii factori întâmplători, ce nu țin de esența procesului, sintetizați într-un factor  $\varepsilon$  aleator, numit *eroare* sau *perturbație*, care se adaugă celorlalți, astfel încât se ajunge la relația  $C = F + cV + \varepsilon$ .

În a treia etapă, se colectează cât mai multe date asupra variabilelor modelului (câte o serie de date pentru  $C$  și  $V$ ), se estimează parametrii  $F$  și  $c$ , apoi se validează prin diverse tehnici statistice. Dacă nu este invalidat, se trece la revizuirea lui, fie prin considerarea unei dependențe pătratice în raport de  $V$  (ținând cont de posibilitatea unor economii de scală, studiate în teoria economică), fie prin introducerea unor factori explicativi noi (progres tehnic, productivitate etc.).

În a patra etapă, se folosește modelul validat pentru predicție: determinarea costului în anumite situații viitoare nemaîntâlnite, care să ducă la elaborarea sau revizuirea anumitor decizii (investiții suplimentare, împrumuturi, angajarea de personal nou și perfecționarea celui vechi etc.).

În capitolul 5 al cărții va fi tratată pe larg tocmai acest exemplu  $\square$

Spre deosebire de modelele deterministe, care pot fi invalidate printr-un singur exemplu negativ, modelele stohastice ale econometriei nu pot fi invalidate decât prin atingerea anumitei ponderi a exemplurilor negative, nivelul acesteia fiind supus discuției. Așadar, modelele econometrice sunt mai puțin precise decât cele deterministe, dar sunt mai „robuste” (mai rezistente la anumite variații).

Din punctul de vedere al aplicabilității metodelor proprii, econometria se împarte în două ramuri: econometria teoretică și cea aplicată.

**Econometria teoretică** caută tehnici și metode generale, condițiile lor de aplicare, precum și consecințele nesatisfacerii acestor condiții.

**Econometria aplicată** încearcă aplicarea rezultatelor econometriei teoretice în diverse domenii, folosind pentru aceasta date reale sau simulate.

Pe de altă parte, econometria se mai împarte în **micro-econometrie** și **macro-econometrie**, după cum se aplică fenomenelor microeconomice, respectiv macroeconomice.

Dezvoltări matematice ale teoriei probabilității și statisticii matematice există în cartea clasică a lui Feller (1968), în Onicescu ș.a (1956) și Iosifescu ș.a. (1966), pe care ne-am bazat aici. Prezentări mai intuitive, dar suficient de

riguroase sunt în Breiman (1964), Ciucu ș.a. (1974), Monfort (1982), Keller și Warrack (1997), Aczel și Sounderpandian (2002), Voineagu ș.a. (2002), Soong (2004), Rumsey (2007), iar una a fundamentelor teoretice, în Onicescu (1969). Expuneri la nivel elementar se pot găsi în Onicescu și Mihoc (1939), Richmond (1964), Weawer (1969), Renyi (1973) și Böll (1978).

Pentru econometrie, fundamentale rămân studiile editate de Cowles ș.a (1953), dar mai ales marele tratat coordonat de Griliches și Intriligator (1983). Apoi vin cărțile lui Spanos (1986), Hamilton (1997), Woolridge (2002), Green (2003), Gujarati (2003) și Andrei (2003). La nivel mediu se găsesc cele ale lui Makridakis și Wheelwright (1978), Lewandowski (1979), Bourbonnais (2002), iar la nivel introductiv — Salvatore și Reagle (2002).

O carte dedicată utilizării calculului numeric în statistică este cea a lui Lange (1999), altele — folosirii programului *Excel* în acest domeniu: Berk și Carey (1998), Steppan ș.a. (1998), Gupta (2002), Levie (2004) și Winston (2007), iar Billo (2007) — programării metodelor numerice prin funcțiile *Excel* intrinseci.

Nu am amintit aici și în bibliografia de la sfârșit decât cărțile (pe suport de hârtie sau electronic) la care am avut acces.

Cele 75 de probleme numerice date în patru din cele cinci capitole au fost extrase din câteva dintre cărțile amintite mai sus. Inițialele și numerele dintre paranteze, ce sunt la sfârșitul unei probleme, indică autorii cărții de unde sunt extrase (AS — Aczel și Sounderpandian, KL — Krief și Levy, KW91 și KW97 — Keller și Warrack, 1991 și 1997), capitolul și numerotarea ei în acea carte.

## 1.2 Experimente aleatoare și spații de eșantionare

Pentru început, vom prezenta, într-o abordare mai intuitivă, unele noțiuni ale teoriei probabilităților și ale statisticii matematice.

**Experimentele aleatoare** sunt experimente legate de condiții întâmplătoare și despre ale căror rezultate nu se poate spune cu certitudine dacă s-au produs sau nu, decât după ce s-au produs. În continuare, atribuim cuvintelor **aleator** și **stochastic** același înțeles.

Un astfel de experiment pornește de la o mulțime de elemente (indivizi) cu diverse caracteristici, numită **populație**.

Ca exemple simple ar putea fi luate mulțimea celor două fețe ale unei monede (notate cu  $S$  pentru stemă și  $V$  pentru valoare), fețele unui zar (cu 1-6 puncte), o mulțime de bile (cu caracteristici de sfericitate, greutate și culoare) sau cele 52 de cărți de joc diferite dintr-un pachet. Ca exemple mai complexe ar putea fi angajații unei întreprinderi sau chiar populația umană a unei țări.

În interiorul unei populații se pot deosebi diverse submulțimi (numite de matematicianul român O. Onicescu **colective**), caracterizate prin valori deosebite ale unei caracteristici ce diferențiază unele obiecte de altele. De exemplu, la un zar — fețele cu număr par și cele cu număr impar de puncte, la bile — cele de culoare albă și cele negre, la cărțile de joc — cele de treflă, de cupă, de carou și de pică.

Aceste submulțimi determină o structurare, ce poate fi caracterizată numeric, a mulțimii (populației) inițiale, structurare care, în cazul submulțimilor discrete se obține prin numărare, iar în cazul celor continue — prin măsurare. De multe ori, această structurare se poate reprezenta grafic.

În cazul când populațiile inițiale sunt prea mari sau nu sunt întregime accesibile, nu se lucrează cu ele, ci cu submulțimi ale lor, numite *eșantioane*, obținute prin *alegeri întâmplătoare*, dar care trebuie efectuate în anumite moduri care să păstreze pe cât posibil structura populației inițiale. De obicei, se presupune că orice element din populație are șanse egale cu ceilalți de a fi ales.

De exemplu, aruncarea banului sau a zarului trebuie făcută astfel încât să nu poată determina dinainte căderea pe o anumită față, la extragerea unor bile dintr-o urnă, ele trebuie să fi fost amestecate în prealabil (cum se procedează la extragerile pentru loterii), iar la extragerea sau împărțirea cărților de joc dintr-un pachet, acesta trebuie amestecat (mai bine decât de obicei).

**Regulile de alegere** (de extragere) a elementelor eșantionului trebuie să fie precizate, dar mai există de multe ori și niște condiții implicite, care este bine să fie explicitate.

De exemplu, despre monede sau zaruri se presupune că au densități omogene, despre bile — că sunt de mărimi și greutate egale, iar despre cărțile de joc — că au aceeași formă și mărime.

În experimentele aleatoare, extragerile pot fi efectuate în diverse moduri de oameni, sau se pot produce prin anumite fenomene naturale sau sociale, pe care oamenii doar le observă și le analizează.

De multe ori, experimentele nu se fac în realitate, ci sunt imaginare, cu niște obiecte și în niște condiții ideale, care fac abstracție de anumite condiții neesențiale. Studiul experimentelor trebuie să înceapă prin precizarea spațiului tuturor evenimentelor posibile ale unui experiment, numit de obicei *spațiul de eșantionare* (*sampling space*).

De exemplu, la aruncarea cu moneda sau cu zarul, se neglijează posibilitatea căderii pe muchie, respectiv pe colț (cu toate că aceste situații nu sunt în realitate imposibile, ci doar extrem de rare), deci spațiul de eșantionare pentru două aruncări cu un ban având fețele cu stemă ( $S$ ) sau valoare ( $V$ ) este dat de mulțimea  $\{SS, SV, VS, VV\}$  a perechilor de rezultate posibile.

Această abstracție ne permite să înlocuim un experiment aleator cu altul similar, mai ușor de executat și care ne-ar duce la aceleași rezultate. În general, experimentele preferate sunt cele cu extrageri de bile din una sau mai multe urne și se poate demonstra că acestea pot servi ca model pentru orice spațiu de eșantionare cel mult numărabil.

De exemplu, aruncarea cu banul poate fi înlocuită prin extragerea unei bile dintr-o urnă cu două bile de culori diferite, urmată de punerea la loc (înlocuirea) celei extrase, înaintea unei noi extrageri.

Rezultatele unui experiment aleator se numesc *evenimente aleatoare*,

aceste fiind de două feluri: elementare sau compuse. *Evenimentele elementare* nu pot fi descompuse în elemente mai simple, pe când *evenimentele compuse* pot fi descrise prin asocierea unor evenimente elementare.

### 1.3 Probabilități „naive”, eşantioane finite și analiză combinatorică

În teoria „naivă” a probabilităților se presupune că toate evenimentele elementare ale unui spațiu de eşantionare finit, de mărime  $n$ , sunt egal probabile și asociază unui eveniment elementar  $i$  ( $i = 1, \dots, n$ ) o probabilitate  $p_i$ :

$$p_i = \frac{1}{n}, \quad i = 1, \dots, n, \quad (1.1)$$

iar unui eveniment compus — suma probabilităților evenimentelor elementare componente. Evident, rezultă

$$0 < p_i \leq 1, \quad i = 1, \dots, n, \quad (1.2)$$

$$\sum_{i=1}^n p_i = 1.$$

Pe de altă parte, se consideră că probabilitatea  $p_i$  este o limită a frecvenței relative statistice reale din  $k$  extrageri:

$$p_i = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{k_i}{k}. \quad (1.3)$$

Fie acum o populație  $X = \{x_i\}_{i=1, \dots, n}$  de  $n$  elemente. Șirul finit  $(x_{i_j})_{j=1, \dots, k}$  se numește *eșantion ordonat* de mărime  $k$  din populația respectivă. Selectarea elementelor eşantionului se poate face deodată sau prin  $k$  extrageri succesive.

Avem de a face cu un *eșantion cu înlocuire* (sau *cu repetare*) dacă fiecare selecție se face din toată populația (deci fiecare element poate apărea de mai multe ori în eşantion), sau cu un *eșantion fără înlocuire* (sau *fără repetare*), dacă fiecare element, odată selectat, este îndepărtat din populație.

Ca exemple pentru prima procedură sunt aruncarea unei monezi sau a unui zar de  $k$  ori, ori extragerea unei bile într-o urnă, urmată de punerea ei înapoi, iar pentru a doua procedură — extragerea cărților de joc dintr-un pachet.

Fie  $A_n^k$  numărul de *aranjamente* de  $n$  obiecte luate câte  $k$  ( $k \leq n$ ):

$$A_n^k = (n - k + 1) \dots (n - 1)n, \quad A_n^0 = 1; \quad (1.4)$$

atunci, dacă  $|X| = n$ , rezultă că există  $A_n^k$  eşantioane ordonate fără repetare și  $n^k$  eşantioane ordonate cu repetare ce se pot extrage din  $X$ . Pentru populații mari și eşantioane relativ mici, cele două tipuri de eşantioane sunt practic echivalente, deoarece

$$k \ll n \Rightarrow \frac{A_n^k}{n^k} \approx 1. \quad (1.5)$$

Pentru  $k = n$  se obține numărul de aranjamente de  $n$  obiecte luate câte  $n$ ,